

# VARIANTEN EINES KRITERIUMS ZUM NACHWEIS ALGEBRAISCHER UNABHÄNGIGKEITEN

Carsten Elsner

**FHDW Forschungsbericht Nr. 02012/06, 1 - 22; Signatur der Technischen Informationsbibliothek der Leibnizuniversität Hannover: RS 8153 (2012,6)**

In den letzten Jahren ist vom Autor in Zusammenarbeit mit weiteren Mathematikern ein Verfahren entwickelt und angewendet worden, bei dem die algebraische Unabhängigkeit von  $n$  Größen  $x_1, \dots, x_n$  über einem Körper mittels eines Gleichungssystems aus Polynomen in  $2n$  Veränderlichen  $X_1, \dots, X_n, Y_1, \dots, Y_n$  auf weitere  $n$  Größen  $y_1, \dots, y_n$  übertragen wird. Eine entscheidende Rolle spielt dabei die Funktionaldeterminante des Gleichungssystems. Ihr Nichtverschwinden ist der zentrale Punkt des Unabhängigkeitskriteriums. Für den Nachweis der Wirksamkeit des Verfahrens existieren mehrere grundverschiedene Beweise, die in dieser Arbeit zusammengetragen sind. Des Weiteren werden alle bisher entwickelten Varianten dieses Kriteriums vorgestellt; jede Variante wird anhand von Beispielen aus der Literatur oder mit einer neuen Anwendung illustriert. Das Anwendungsspektrum dieses Kriteriums zum Aufspüren algebraischer Unabhängigkeiten von Funktionswerten transzendenter Funktionen oder Reihengrenzwerten hat sich als überaus reichhaltig erwiesen und ist noch längst nicht erschöpft. Das Gesamtziel der Arbeit ist, einen Überblick über die Anwendungsmöglichkeiten dieses recht neuen Verfahrens in der Transzendenztheorie zu geben.

*MR 2010 Subject Classification:* 11J81, 11J82, 11J85, 13F20, 11B39, 33E05, 14K25.

*Key words:* Algebraische Unabhängigkeit, Transzendenzgrad, Körpererweiterungen, semialgebraische Mengen, Differentialformen, Ramanujanfunktionen, Thetakonstanten, elliptische Integrale, Reihen mit Fibonaccizahlen, Resultanten